



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επαναληπτική εξέταση στο μάθημα ΦΥΣΙΚΗ Ι 25 Σεπτεμβρίου 2006

Διδάσκοντες: Α. Απέκης, Κ. Χριστοδουλίδης

Διάρκεια εξέτασης: 2,5 ώρες Απαντήστε σε όλα τα θέματα Τα θέματα είναι ισοδύναμα

Θέμα 1. Ένα σώμα μάζας $m = 2$ kg κινείται έτσι ώστε οι συντεταγμένες θέσης του να δίνονται από τις εξισώσεις:

$$x = 2t, \quad y = 3\sin 4t, \quad z = 0 \quad (\text{σε μονάδες S.I.}),$$

όπου t είναι ο χρόνος. Να βρεθούν:

- Τα διανύσματα της θέσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος και της δύναμης που ασκείται πάνω στο σώμα.
- Η εξίσωση της τροχιάς του σώματος, $y(x)$.
- Η στιγμιαία ισχύς που παρέχεται από τη δύναμη που ασκείται πάνω στο σώμα.
- Η στροφορμή του σώματος, \vec{L} , και η ροπή της δύναμης, \vec{N} , ως προς την αρχή $O(0,0,0)$.

Θέμα 2. Σώμα μάζας $m = 1$ kg μπορεί να κινείται κατά μήκος του άξονα των x . Η δυναμική του ενέργεια δίνεται από τη συνάρτηση $U(x) = x^2(4 - x)$ (σε μονάδες S.I.).

- Να σχεδιαστεί η $U(x)$ και να βρεθούν τα σημεία ισορροπίας και το είδος της ισορροπίας στο καθένα.
- Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο σώμα και να βρεθεί πού είναι μηδενική, και πού είναι ελκτική ή απωστική ως προς την αρχή O .
- Το σώμα αφήνεται ελεύθερο με μηδενική ταχύτητα στη θέση $x = 1$ m. Να περιγραφεί ποιοτικά η κίνηση που θα ακολουθήσει και να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτήσει το σώμα.
- Με ποια ελάχιστη ταχύτητα πρέπει να εκτοξευθεί το σώμα από τη θέση $x = 0$ για να μπορέσει να απομακρυνθεί στο άπειρο;

Θέμα 3. Ένα διαστημόπλοιο μάζας m , κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας r_0 γύρω από ένα πλανήτη μάζας M . Χρησιμοποιώντας τους πυραύλους του, το διαστημόπλοιο μειώνει σε αμελητέο χρόνο την ταχύτητά του στο μισό. Η επιβράδυνση επιβάλλει στο διαστημόπλοιο να κινηθεί σε ελλειπτική τροχιά.

- Δείξτε ότι η ταχύτητα του διαστημοπλοίου μετά την επιβράδυνση είναι $v_0 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{MG}{r_0}}$.
- Στην ελλειπτική του τροχιά, ποια είναι η μέγιστη και η ελάχιστη απόσταση του διαστημοπλοίου από τον πλανήτη, συναρτήσει του r_0 ;

⇒⇒⇒

Θέμα 4 (Σχετικότητα). Ένα σωματίδιο S, που έχει μάζα ηρεμίας M , είναι ακίνητο στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου. Το σωματίδιο διασπάται σε ένα σωματίδιο S' με μάζα ηρεμίας $M/2$ και σε ένα φωτόνιο. Να βρείτε:

- (α) Την ταχύτητα V του παραγόμενου σωματιδίου στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου.
 (β) Την ενέργεια του φωτονίου στο σύστημα αναφοράς του Εργαστηρίου, E_γ .
 (γ) Την ενέργεια του φωτονίου στο σύστημα αναφοράς του παραγόμενου σωματιδίου, E'_γ .

Γενικό Τυπολόγιο

Κλασική Μηχανική: $\vec{L} = M \vec{r} \times \vec{v}$ $\vec{N} = \vec{r} \times \vec{F}$ $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N}$

Σχετικιστική Κινηματική:

Αν ένα σύστημα αναφοράς S' κινείται με ταχύτητα $V \hat{x}$ ως προς ένα σύστημα αναφοράς S, και οι άξονες των δύο συστημάτων συμπίπτουν όταν $t = t' = 0$, τότε:

$$x' = \gamma(x - Vt) \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \gamma\left(t - \frac{V}{c^2}x\right) \quad \beta \equiv \frac{V}{c} \quad \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\Delta l = \Delta l_0 / \gamma \quad \Delta t = \gamma \Delta t_0 \quad v'_x = \frac{v_x - V}{1 - \frac{v_x V}{c^2}}, \quad v'_y = \frac{v_y}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}, \quad v'_z = \frac{v_z}{\gamma\left(1 - \frac{v_x V}{c^2}\right)}.$$

Σχετικιστική Δυναμική:

$$m_0 = m(0) \quad m = m(v) = \gamma m_0 \quad p = \gamma m_0 v \quad E = \gamma m_0 c^2 \quad E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2$$

Μετασχηματισμός ορμής-ενέργειας:

$$p'_x = \gamma\left(p_x - \frac{\beta E}{c}\right) \quad p'_y = p_y \quad p'_z = p_z \quad E' = \gamma(E - c\beta p_x)$$

Για φωτόνια: $E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad E = pc$